Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels

on obtient aisément

$$\frac{\partial\theta}{\partial u}+\partial u=\sqrt{\lambda}\,\mathrm{sh}(\theta-\varphi),$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial v}-\frac{\partial\varphi}{\partial v}=\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\mathrm{sh}(\theta+\varphi);$$

θ est solution de l'équation (1). On retrouve donc ainsi la transformation connue de Bäcklund.

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Principe de stationarité et généralisations de la loi de Mendel.* Note (1) de M. **Serge Bernstein**, transmise par M. Émile Borel.

Soit H un groupe contenant n classes $A_1, A_2, \ldots, A_n$ d'individus.

D'après le principe de stationarité énoncé dans ma Communication précédente (2), toute loi d'hérédité bisexuelle sera déterminée par n formes quadratiques (3)

$$f_1(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n), \quad \ldots, \quad f_n(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$$

à n variables, ayant leurs coefficients non négatifs, satisfaisant aux équations fonctionnelles

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{l}(\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n)^2 f_1(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)=f_1[f_1(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n), \ldots, f_n(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)],\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\ (\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n)^2 f_n(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)\;=f_n[f_1(\alpha_1, \ldots, \alpha_n), \ldots, f_n(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)]\end{array}\right.$$

et à la condition

$$f_1+f_2+\ldots+f_n=(\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n)^2.$$

Supposons d'abord *qu'aucun des coefficients des formes f_i ne soit nul*, c'est-à-dire *que chaque paire d'individus soit capable de donner naissance à un individu de classe quelconque. Dans ces conditions, on a nécessairement*

$$(2)\qquad f_i=\lambda_i(\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n)^2,$$

(1) Séance du 10 septembre 1923.

(2) *Comptes rendus*, t. 177, 1923, p. 528.

(3) Dans le cas de la reproduction *unisexuelle*, les formes f_i sont *linéaires* et elles sont nécessairement de la forme $\lambda_i(\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n)$; en ce cas, *la distribution permanente réalisée dès la seconde génération est indépendante de la distribution primitive.* La même conclusion s'applique lorsque le nombre des classes est infiniment grand (les formes linéaires sont remplacées par des intégrales).

où $\sum_1^n \lambda_i = 1$: en d'autres termes, *la probabilité pour un individu d'appartenir à une classe déterminée est la même, quels que soient ses parents*. On peut dire que, dans ce cas, les différentes classes ne se distinguent que par leurs propriétés *somatiques* (extérieurement), mais sont identiques au point de vue *génétique*, de sorte que *le groupe* H *ne forme, au fond, qu'une seule race pure polymorphe*.

Admettons à présent qu'au contraire, certains des coefficients des f_i sont nuls; d'une façon plus précise, supposons, premièrement, que A_1 et A_2 sont deux races pures distinctes (en d'autres termes, le terme en α_1^2 ne figure que dans f_1 et le terme en α_2^2 ne se trouve que dans f_2) et, secondement, toutes les autres classes sont des hybrides qui s'obtiennent par le croisement mutuel [1] des classes A_1 et A_2 (en d'autres termes, le produit $\alpha_1\alpha_2$ n'intervient ni dans f_1, ni dans f_2, mais entre nécessairement dans toutes les autres formes f_i.

Cela étant, *les équations* (1) *n'admettent que deux genres de solutions :*

1° *Genre mendelien.* — Deux individus d'une même classe hybride quelconque peuvent par leur croisement donner naissance à un individu de l'une au moins des deux races pures (en d'autres termes, les coefficients de α_i^2, où $i > 2$, sont différents de O au moins dans une des formes f_1 ou f_2). *Dans ce cas, on doit avoir*

$$f_1 = \left[\alpha_1 + \frac{1}{2}(A_3\alpha_3 + \ldots + A_n\alpha_n)\right]^2, \qquad f_2 = \left[\alpha_2 + \frac{1}{2}(B_3\alpha_3 + \ldots + B_n\alpha_n)\right]^2,$$

et, pour $i > 2$,

$$(3) \qquad f_i = 2c_i\left[\alpha_1 + \frac{1}{2}(A_3\alpha_3 + \ldots + A_n\alpha_n)\right]\left[\alpha_2 + \frac{1}{2}(B_3\alpha_3 + \ldots + B_n\alpha_n)\right],$$

les coefficients positifs c_i *et les nombres négatifs* A_i et B_i *satisfaisant aux n conditions*

$$\Sigma c_i A_i = \Sigma c_i B_i = 1, \qquad A_i + B_i = 2.$$

Il y a lieu de remarquer que les formules (3) ne se distinguent pas essentiellement des formules (8) de ma Communication précédente qui correspondent à la loi élémentaire de Mendel (pour $n = 3$), de sorte qu'un observateur qui ne saurait pas distinguer par leurs propriétés exté-

(1) D'après ma Communication précédente cette dernière condition entraînerait à elle seule la loi de Mendel, si la classe hybride était unique.

rieures les différentes classes hybrides pourrait facilement confondre ce cas avec le cas classique de Mendel, surtout si les coefficients A_i et B_i étaient voisins de l'unité.

2, *Genre « en quadrille »*. — Il existe une classe hybride, telle que le croisement de deux individus de cette classe est incapable de reproduire un individu d'une des deux races pures primitives (en d'autres termes, il existe des valeurs de i telles que le terme en α_i^2 manque à la fois dans f_1 et f_2).

Dans ce cas, on doit avoir

$$f_1=(\alpha_1+\alpha_3+\ldots+\alpha_k)(\alpha_1+\alpha_{k+1}+\ldots+\alpha_n),$$
$$f_2=(\alpha_2+\alpha_3+\ldots+\alpha_k)(\alpha_2+\alpha_{k+1}+\ldots+\alpha_n)$$

et pour $2<i\leqq k$, où k est un nombre quelconque inférieur à n,

$$f_i=c_i(\alpha_1+\alpha_3+\ldots+\alpha_k)(\alpha_2+\alpha_3+\ldots+\alpha_k),$$

tandis que, pour $k<i\leqq n$,

$$f_i=d_i(\alpha_1+\alpha_{k+1}+\ldots+\alpha_n)(\alpha_2+\alpha_{k+1}+\ldots+\alpha_n),$$

avec

$$\sum_3^k c_i=\sum_{k+1}^n d_i=1.$$

J'ai appelé ce genre de loi d'hérédité *en quadrillé*, car pour $n=4\,(k=3)$, les classes A_1 et A_2, d'une part, et les classes A_3 et A_4 d'autre part, forment deux couples jouissant de propriétés mutuelles absolument semblables : ainsi A_3 et A_4, *qui sont des races provenant du croisement de* A_1 *avec* A_2, *constituent des races hybrides constantes telles que le croisement de deux individus de la race* A_3 *donne toujours naissance à un individu de la même race* (de même pour A_4) : *ces deux races sont aussi des races pures, mais le croisement mutuel de* A_3 *et* A_4 *conduit à des individus* A_1 *et* A_2 *qui sont aussi des hybrides constants par rapport aux races* A_3 *et* A_4. Ce genre de loi d'hérédité qui est irréductible au genre mendelien permettrait, peut-être, d'expliquer certaines expériences, incompatibles avec la loi de Mendel, où l'on a vu (M. de Vries) surgir en même temps deux nouvelles races pures par le croisement de deux autres races pures distinctes. Le cas de $n>4$ se rattache au cas simple de $n=4$, comme le genre mendelien général se rattache à la loi élémentaire de Mendel pour $n=3$.

Avant de terminer, remarquons que l'hérédité de propriétés complexes ou de combinaisons de propriétés ne peut satisfaire au principe de stationnarité. Ce n'est qu'après plusieurs générations qu'un régime stationnaire tendra à s'établir et sera déterminé par la distribution stationnaire, fixée dès la seconde génération, de chacune des propriétés élémentaires, combinées conformément au théorème de la multiplication des probabilités : ainsi les propriétés dont la distribution dans *une panmixie normale* ne se fixerait pas dès la seconde génération devraient être considérées comme complexes.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur certaines étoiles dont le mouvement est parallèle et égal à celui du Soleil.* Note (¹) de MM. **P. Stroobant** et **P. Bourgeois**, transmise par M. Deslandres.

M. Stroobant a montré que certaines étoiles : β et α Persei, α Scorpii, γ Cygni, ε et α Pegasi, ont un mouvement qui diffère peu en grandeur et en direction de celui du Soleil [2].

M. Dziewulski [3] a ajouté à ce groupe quelques étoiles, notamment : γ Pegasi, 99*b* Herculis et α Serpentis.

Dans une étude récente sur le mouvement dans l'espace de 200 étoiles situées à une distance moindre que 50 parsecs, M. Bourgeois a rencontré quelques étoiles, non encore indiquées dans les recherches précédentes, et qui font partie du même courant.

L'ensemble des 200 étoiles a donné pour le mouvement du Soleil une vitesse de $29^{km},4$ et un apex dont les coordonnées équatoriales sont :

$$\alpha = 274^\circ, \qquad \delta = +38^\circ.$$

Les étoiles appartenant à ce courant sont au nombre de sept et le mouvement de l'une d'elles, α Scorpii, avait déjà été considéré par MM. Stroobant et Dziewulski.

Le Tableau ci-après renferme les noms, les coordonnées, la parallaxe, le mouvement propre et la vitesse radiale, par rapport au Soleil, de ces étoiles.

(¹) Séance du 17 septembre 1923.

(²) *Bulletin astronomique*, t. 27, 1910, p. 433-440.

(³) *Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie*, série A, 1915, p. 185-187.