

Comptes rendus  
hebdomadaires des  
séances de l'Académie  
des sciences / publiés...  
par MM. les secrétaires  
perpétuels

Académie des sciences (France). Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels. 1835-1965.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

\*La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.

\*La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

Cliquer [ici](#) pour accéder aux tarifs et à la licence

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

\*des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

\*des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter [reutilisation@bnf.fr](mailto:reutilisation@bnf.fr).

on obtient aisément

$$\frac{\partial \theta}{\partial u} + \partial u = \sqrt{\lambda} \operatorname{sh}(\theta - \varphi),$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial v} - \frac{\partial \varphi}{\partial v} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \operatorname{sh}(\theta + \varphi);$$

$\theta$  est solution de l'équation (1). On retrouve donc ainsi la transformation connue de Bäcklund.

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Principe de stationarité et généralisations de la loi de Mendel*. Note (1) de M. SERGE BERNSTEIN, transmise par M. Émile Borel.

Soit  $H$  un groupe contenant  $n$  classes  $A_1, A_2, \dots, A_n$  d'individus.

D'après le principe de stationarité énoncé dans ma Communication précédente (2), toute loi d'hérédité bisexuelle sera déterminée par  $n$  formes quadratiques (3)

$$f_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \dots, f_n(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$$

à  $n$  variables, ayant leurs coefficients non négatifs, satisfaisant aux équations fonctionnelles

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)^2 f_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = f_1[f_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \dots, f_n(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)], \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)^2 f_n(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = f_n[f_1(\alpha_1, \dots, \alpha_n), \dots, f_n(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)] \end{array} \right.$$

et à la condition

$$f_1 + f_2 + \dots + f_n = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)^2.$$

Supposons d'abord qu'aucun des coefficients des formes  $f_i$  ne soit nul, c'est-à-dire que chaque paire d'individus soit capable de donner naissance à un individu de classe quelconque. Dans ces conditions, on a nécessairement

$$(2) \quad f_i = \lambda_i (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)^2,$$

(1) Séance du 10 septembre 1923.

(2) *Comptes rendus*, t. 177, 1923, p. 528.

(3) Dans le cas de la reproduction *unisexuelle*, les formes  $f_i$  sont *linéaires* et elles sont nécessairement de la forme  $\lambda_i (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)$ ; en ce cas, la *distribution permanente réalisée dès la seconde génération est indépendante de la distribution primitive*. La même conclusion s'applique lorsque le nombre des classes est infiniment grand (les formes linéaires sont remplacées par des intégrales).

où  $\sum_1^n \lambda_i = 1$  : en d'autres termes, la probabilité pour un individu d'appartenir à une classe déterminée est la même, quels que soient ses parents. On peut dire que, dans ce cas, les différentes classes ne se distinguent que par leurs propriétés somatiques (extérieurement), mais sont identiques au point de vue génétique, de sorte que le groupe H ne forme, au fond, qu'une seule race pure polymorphe.

Admettons à présent qu'au contraire, certains des coefficients des  $f_i$  sont nuls; d'une façon plus précise, supposons, premièrement, que  $A_1$  et  $A_2$  sont deux races pures distinctes (en d'autres termes, le terme en  $\alpha_1^2$  ne figure que dans  $f_1$  et le terme en  $\alpha_2^2$  ne se trouve que dans  $f_2$ ) et, secondement, toutes les autres classes sont des hybrides qui s'obtiennent par le croisement mutuel (1) des classes  $A_1$  et  $A_2$  (en d'autres termes, le produit  $\alpha_1 \alpha_2$  n'intervient ni dans  $f_1$ , ni dans  $f_2$ , mais entre nécessairement dans toutes les autres formes  $f_i$ ).

Cela étant, les équations (1) n'admettent que deux genres de solutions :

1° Genre mendélien. — Deux individus d'une même classe hybride quelconque peuvent par leur croisement donner naissance à un individu de l'une au moins des deux races pures (en d'autres termes, les coefficients de  $\alpha_i^2$ , où  $i > 2$ , sont différents de 0 au moins dans une des formes  $f_1$  ou  $f_2$ ). Dans ce cas, on doit avoir

$$f_1 = \left[ \alpha_1 + \frac{1}{2} (A_3 \alpha_3 + \dots + A_n \alpha_n) \right]^2, \quad f_2 = \left[ \alpha_2 + \frac{1}{2} (B_3 \alpha_3 + \dots + B_n \alpha_n) \right]^2,$$

et, pour  $i > 2$ ,

$$(3) \quad f_i = 2c_i \left[ \alpha_1 + \frac{1}{2} (A_3 \alpha_3 + \dots + A_n \alpha_n) \right] \left[ \alpha_2 + \frac{1}{2} (B_3 \alpha_3 + \dots + B_n \alpha_n) \right],$$

les coefficients positifs  $c_i$  et les nombres négatifs  $A_i$  et  $B_i$  satisfaisant aux  $n$  conditions

$$\sum c_i A_i = \sum c_i B_i = 1, \quad A_i + B_i = 2.$$

Il y a lieu de remarquer que les formules (3) ne se distinguent pas essentiellement des formules (8) de ma Communication précédente qui correspondent à la loi élémentaire de Mendel (pour  $n = 3$ ), de sorte qu'un observateur qui ne saurait pas distinguer par leurs propriétés exté-

(1) D'après ma Communication précédente cette dernière condition entraînerait à elle seule la loi de Mendel, si la classe hybride était unique.

rieures les différentes classes hybrides pourrait facilement confondre ce cas avec le cas classique de Mendel, surtout si les coefficients  $A_i$  et  $B_i$  étaient voisins de l'unité.

2, Genre  $\alpha$  en quadrille ». — Il existe une classe hybride, telle que le croisement de deux individus de cette classe est incapable de reproduire un individu d'une des deux races pures primitives (en d'autres termes, il existe des valeurs de  $i$  telles que le terme en  $\alpha_i^2$  manque à la fois dans  $f_1$  et  $f_2$ ).

Dans ce cas, on doit avoir

$$\begin{aligned} f_1 &= (\alpha_1 + \alpha_3 + \dots + \alpha_k)(\alpha_1 + \alpha_{k+1} + \dots + \alpha_n), \\ f_2 &= (\alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_k)(\alpha_2 + \alpha_{k+1} + \dots + \alpha_n) \end{aligned}$$

et pour  $2 < i \leq k$ , où  $k$  est un nombre quelconque inférieur à  $n$ ,

$$f_i = c_i(\alpha_1 + \alpha_3 + \dots + \alpha_k)(\alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_k),$$

tandis que, pour  $k < i \leq n$ ,

$$f_i = d_i(\alpha_1 + \alpha_{k+1} + \dots + \alpha_n)(\alpha_2 + \alpha_{k+1} + \dots + \alpha_n),$$

avec

$$\sum_{i=3}^k c_i = \sum_{i=k+1}^n d_i = 1.$$

J'ai appelé ce genre de loi d'hérédité *en quadrillé*, car pour  $n = 4$  ( $k = 3$ ), les classes  $A_1$  et  $A_2$ , d'une part, et les classes  $A_3$  et  $A_4$ , d'autre part, forment deux couples jouissant de propriétés mutuelles absolument semblables : ainsi  $A_3$  et  $A_4$ , qui sont des races provenant du croisement de  $A_1$  avec  $A_2$ , constituent des races hybrides constantes telles que le croisement de deux individus de la race  $A_3$  donne toujours naissance à un individu de la même race (de même pour  $A_4$ ) : ces deux races sont aussi des races pures, mais le croisement mutuel de  $A_3$  et  $A_4$  conduit à des individus  $A_1$  et  $A_2$  qui sont aussi des hybrides constants par rapport aux races  $A_3$  et  $A_4$ . Ce genre de loi d'hérédité qui est irréductible au genre mendélien permettrait, peut-être, d'expliquer certaines expériences, incompatibles avec la loi de Mendel, où l'on a vu (M. de Vries) surgir en même temps deux nouvelles races pures par le croisement de deux autres races pures distinctes. Le cas de  $n > 4$  se rattache au cas simple de  $n = 4$ , comme le genre mendélien général se rattache à la loi élémentaire de Mendel pour  $n = 3$ .

Avant de terminer, remarquons que l'hérédité de propriétés complexes ou de combinaisons de propriétés ne peut satisfaire au principe de stationnarité. Ce n'est qu'après plusieurs générations qu'un régime stationnaire

tendra à s'établir et sera déterminé par la distribution stationnaire, fixée dès la seconde génération, de chacune des propriétés élémentaires, combinées conformément au théorème de la multiplication des probabilités : ainsi les propriétés dont la distribution dans *une panmixie normale* ne se fixerait pas dès la seconde génération devraient être considérées comme complexes.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur certaines étoiles dont le mouvement est parallèle et égal à celui du Soleil.* Note (1) de MM. P. STROOBANT et P. BOURGEOIS, transmise par M. Deslandres.

M. Stroobant a montré que certaines étoiles :  $\beta$  et  $\alpha$  Persei,  $\alpha$  Scorpii,  $\gamma$  Cygni,  $\varepsilon$  et  $\alpha$  Pegasi, ont un mouvement qui diffère peu en grandeur et en direction de celui du Soleil (2).

M. Dziewulski (3) a ajouté à ce groupe quelques étoiles, notamment :  $\gamma$  Pegasi,  $99b$  Herculis et  $\alpha$  Serpentis.

Dans une étude récente sur le mouvement dans l'espace de 200 étoiles situées à une distance moindre que 50 parsecs, M. Bourgeois a rencontré quelques étoiles, non encore indiquées dans les recherches précédentes, et qui font partie du même courant.

L'ensemble des 200 étoiles a donné pour le mouvement du Soleil une vitesse de  $29^{\text{km}},4$  et un apex dont les coordonnées équatoriales sont :

$$\alpha = 274^{\circ}, \quad \delta = + 38^{\circ}.$$

Les étoiles appartenant à ce courant sont au nombre de sept et le mouvement de l'une d'elles,  $\alpha$  Scorpii, avait déjà été considéré par MM. Stroobant et Dziewulski.

Le Tableau ci-après renferme les noms, les coordonnées, la parallaxe, le mouvement propre et la vitesse radiale, par rapport au Soleil, de ces étoiles.

(1) Séance du 17 septembre 1923.

(2) *Bulletin astronomique*, t. 27, 1910, p. 433-440.

(3) *Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie*, série A, 1915, p. 185-187.